

Auditions CR CN CNRS

Limites d'échelle de gaz sur réseau

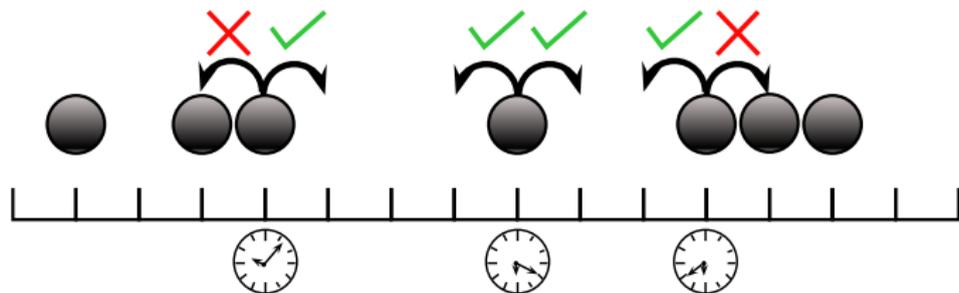
Clément Erignoux

9 Mars 2020

Un exemple simple : le SSEP

Réseau $\{1, 2, \dots, N\}$ périodique.

Configuration $\eta \in \{0, 1\}^N$: si le site x est $\begin{cases} \text{vide} : \eta_x = 0 \\ \text{occupé} : \eta_x = 1 \end{cases}$



Fixons $\rho_0 : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, et supposons $\eta_x(0) \sim \text{Ber}(\rho_0(x/N))$. Alors, le comportement macroscopique ($N \rightarrow \infty$) du processus η est régi par

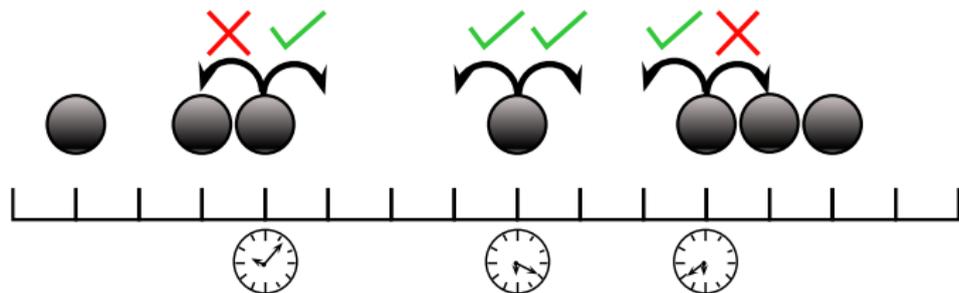
$$\begin{cases} \partial_t \rho = \frac{1}{2} \Delta \rho \\ \rho(0, \cdot) = \rho_0. \end{cases}$$

où $\rho(t, u) = \mathbb{E}[\eta_{uN}(tN^2)]$.

Un exemple simple : le SSEP

Réseau $\{1, 2, \dots, N\}$ périodique.

Configuration $\eta \in \{0, 1\}^N$: si le site x est $\begin{cases} \text{vide} : \eta_x = 0 \\ \text{occupé} : \eta_x = 1 \end{cases}$



Fixons $\rho_0 : [0, 1] \rightarrow [0, 1]$, et supposons $\eta_x(0) \sim \text{Ber}(\rho_0(x/N))$. Alors, le comportement macroscopique ($N \rightarrow \infty$) du processus η est régi par

$$\begin{cases} \partial_t \rho = \frac{1}{2} \Delta \rho \\ \rho(0, \cdot) = \rho_0. \end{cases}$$

où $\rho(t, u) = \mathbb{E}[\eta_{uN}(tN^2)]$.

Thématiques principales de recherche

Limites d'échelle de gaz de particules sur réseau: limites *hydrostatiques, hydrodynamiques, fluctuations.*

- I Modèles de *matière active*.
- II Modèles *maintenus hors équilibre par des dynamiques de bord* (BDLG).
- III Modèles *cinétiquement contraints* (KCLG).

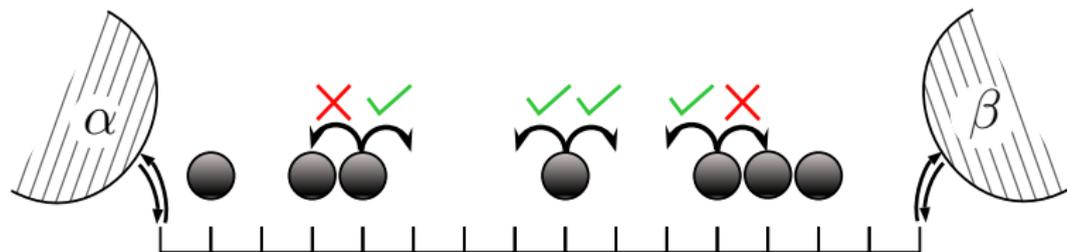
Thématiques principales de recherche

Limites d'échelle de gaz de particules sur réseau: limites *hydrostatiques, hydrodynamiques, fluctuations.*

- ❶ Modèles de *matière active*.
- ❷ Modèles *maintenus hors équilibre par des dynamiques de bord* (BDLG).
- ❸ Modèles *cinétiquement contraints* (KCLG).

Systèmes maintenus hors équilibre

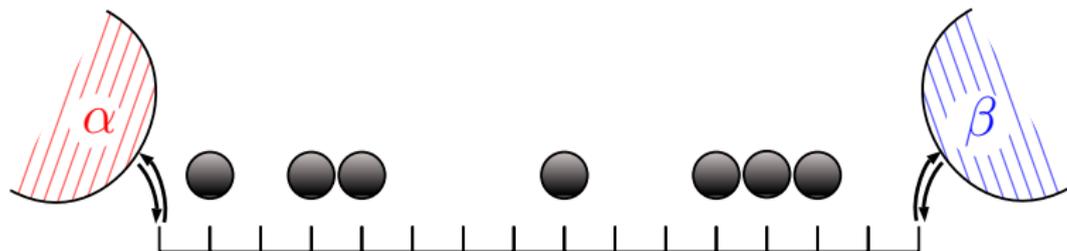
Q : que se passe t-il si des particules sont créées/détruites au bord ?
Exemple : mise en contact avec des *réservoirs infinis à l'équilibre* :



$$\begin{cases} \partial_t \rho = \frac{1}{2} \Delta \rho \\ \rho(\cdot, 0) = \alpha, \text{ pour } t > 0 \\ \rho(\cdot, 1) = \beta, \text{ pour } t > 0 \\ \rho(0, \cdot) = \rho_0. \end{cases}$$

Systèmes maintenus hors équilibre

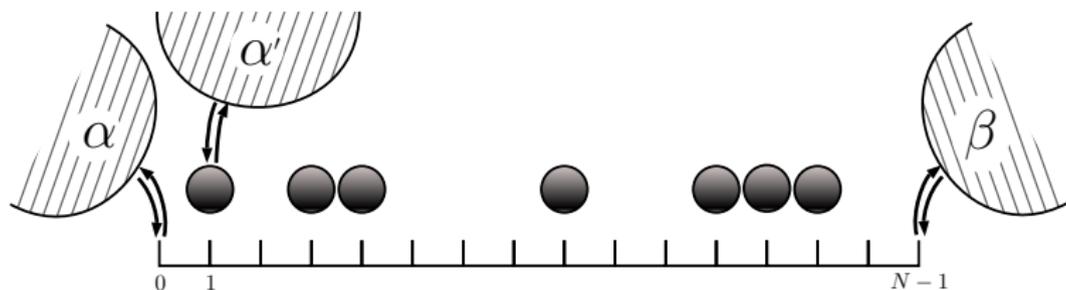
Q : que se passe t-il si des particules sont créées/détruites au bord ?
Exemple : mise en contact avec des *réservoirs infinis à l'équilibre* :



$$\begin{cases} \partial_t \rho = \frac{1}{2} \Delta \rho \\ \rho(\cdot, 0) = \alpha, \text{ pour } t > 0 \\ \rho(\cdot, 1) = \beta, \text{ pour } t > 0 \\ \rho(0, \cdot) = \rho_0. \end{cases}$$

Systèmes maintenus hors équilibre

Q : Et si l'on met en contact le second site avec un autre réservoir infini, de densité $\alpha' \neq \alpha$?



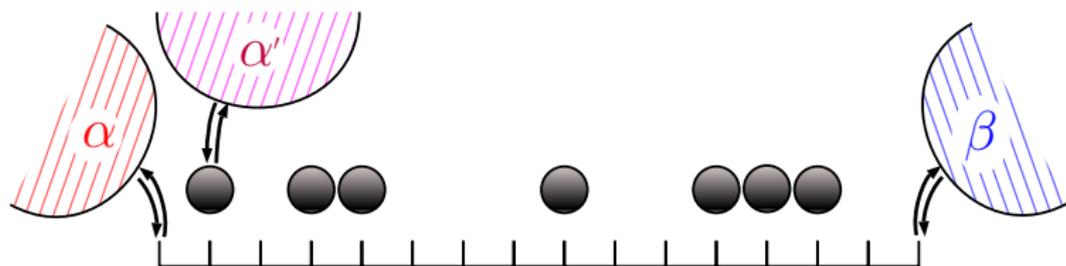
[E', Landim, Xu, 2018] [E'2018] [E', Gonçalves, Nahum 2020]

$$\partial_t \rho = (1/2) \Delta \rho \quad \text{avec} \quad \rho(\cdot, 0) = ? \quad \rho(\cdot, 1) = \beta.$$

- Etude du comportement hydrodynamique pour de nombreuses dynamiques de bord.
- Pas de comportement hydrodynamique en toute généralité.

Systèmes maintenus hors équilibre

Q : Et si l'on met en contact le second site avec un autre réservoir infini, de densité $\alpha' \neq \alpha$?



[E', Landim, Xu, 2018] [E'2018] [E', Gonçalves, Nahum 2020]

$$\partial_t \rho = (1/2) \Delta \rho \quad \text{avec} \quad \rho(\cdot, 0) = \frac{1}{3} \alpha + \frac{2}{3} \alpha' \quad \rho(\cdot, 1) = \beta.$$

- Etude du comportement hydrodynamique pour de nombreuses dynamiques de bord.
- Pas de comportement hydrodynamique en toute généralité.

Et maintenant ?

- Que se passe-t-il lorsque nos hypothèses techniques ne sont pas satisfaites ? Exemples de comportement métastable et dégénéré.
- Peut-on étudier le régime de fluctuations macroscopiques et grandes déviations pour des interactions au bord ralenties ?
- Long terme, fluctuations et grandes déviations pour les classes de modèles plus généraux ?

Et maintenant ?

- Que se passe-t-il lorsque nos hypothèses techniques ne sont pas satisfaites ? Exemples de comportement métastable et dégénéré.
- Peut-on étudier le régime de fluctuations macroscopiques et grandes déviations pour des interactions au bord ralenties ?
- Long terme, fluctuations et grandes déviations pour les classes de modèles plus généraux ?

Et maintenant ?

- Que se passe-t-il lorsque nos hypothèses techniques ne sont pas satisfaites ? Exemples de comportement métastable et dégénéré.
- Peut-on étudier le régime de fluctuations macroscopiques et grandes déviations pour des interactions au bord ralenties ?
- Long terme, fluctuations et grandes déviations pour les classes de modèles plus généraux ?

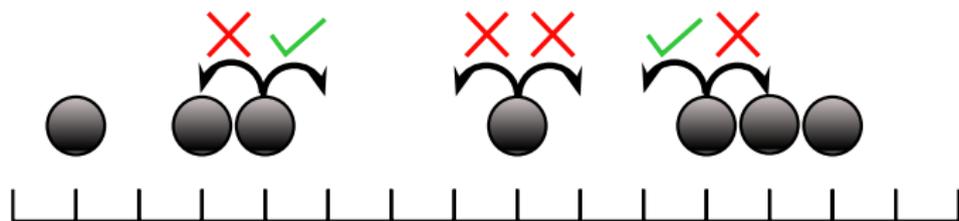
Thématiques principales de recherche

Limites d'échelle de gaz de particules sur réseau: limites *hydrostatiques, hydrodynamiques, fluctuations.*

- I Modèles de *matière active*.
- II Modèles *maintenus hors équilibre par des dynamiques de bord* (BDLG).
- III Modèles *cinétiquement contraints* (KCLG).

Processus d'exclusion facilitée (FEP)

Q : résultat analogue si les sauts ne sont possibles que si une condition est localement respectée ? Ex : *exclusion facilitée*



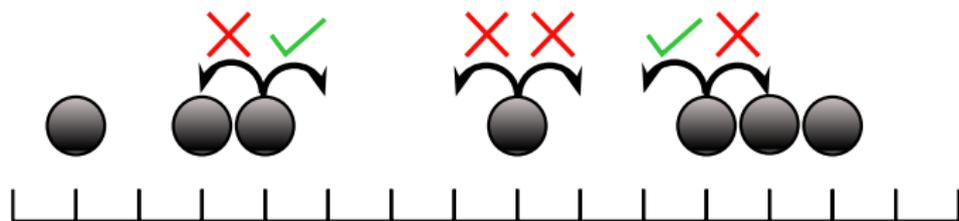
- Les particules isolées sont bloquées : densité $\rho_c = 1/2$ critique.
- Mesures d'équilibre *explicites* mais pas *produit*.

[Blondel, E', Simon, Sasada'18] [Blondel, E', Simon'20]

$$\partial_t \rho = \Delta \left(\frac{2\rho - 1}{\rho} \mathbf{1}_{\{\rho > 1/2\}} \right)$$

Processus d'exclusion facilitée (FEP)

Q : résultat analogue si les sauts ne sont possibles que si une condition est localement respectée ? Ex : *exclusion facilitée*



- Les particules isolées sont bloquées : densité $\rho_c = 1/2$ critique.
- Mesures d'équilibre *explicitites* mais pas *produit*.

[Blondel, E', Simon, Sasada'18] [Blondel, E', Simon'20]

$$\partial_t \rho = \Delta \left(\frac{2\rho - 1}{\rho} \mathbf{1}_{\{\rho > 1/2\}} \right)$$

Et maintenant ?

- Cas de la dimension supérieure, très délicat (simulations intéressantes)
- Très peu de résultat avec des mesures non produit, les questions "classiques" sont ouvertes :
 - Version asymétrique du processus
 - Fluctuations à l'équilibre
 - Conditions au bord différentes
- Long terme, comprendre les classes de contraintes plutôt que des contraintes individuelles.

Et maintenant ?

- Cas de la dimension supérieure, très délicat (simulations intéressantes)
- Très peu de résultat avec des mesures non produit, les questions "classiques" sont ouvertes :
 - Version asymétrique du processus
 - Fluctuations à l'équilibre
 - Conditions au bord différentes
- Long terme, comprendre les classes de contraintes plutôt que des contraintes individuelles.

Et maintenant ?

- Cas de la dimension supérieure, très délicat (simulations intéressantes)
- Très peu de résultat avec des mesures non produit, les questions "classiques" sont ouvertes :
 - Version asymétrique du processus
 - Fluctuations à l'équilibre
 - Conditions au bord différentes
- Long terme, comprendre les classes de contraintes plutôt que des contraintes individuelles.

Quelques autres projets en cours

- Modèles microscopiques de matière active (Projet en cours avec T. Bodineau, grandes déviations et fluctuations, avec T. Bodineau et J. Tailleur)
- Transition de phase pour des modèles de cristaux liquides (projet en cours avec A. Giuliani)
- Transition de phase en percolation dépendante (projet en cours avec A. Teixeira)
- Comportement d'un traceur asymétrique dans un environnement symétrique (projet en cours avec O. Benichou et P. Illien)