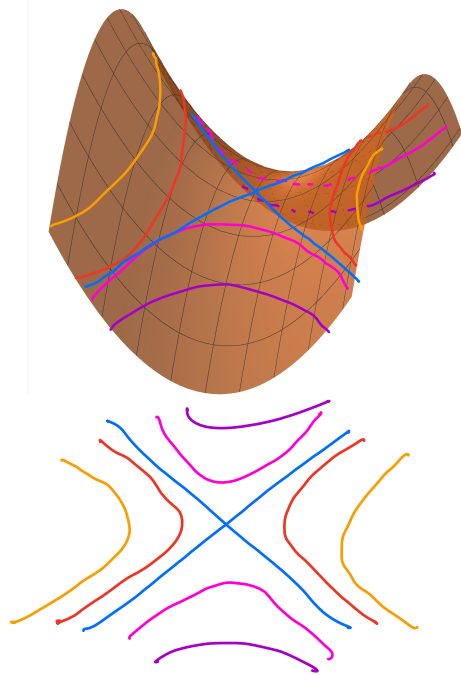
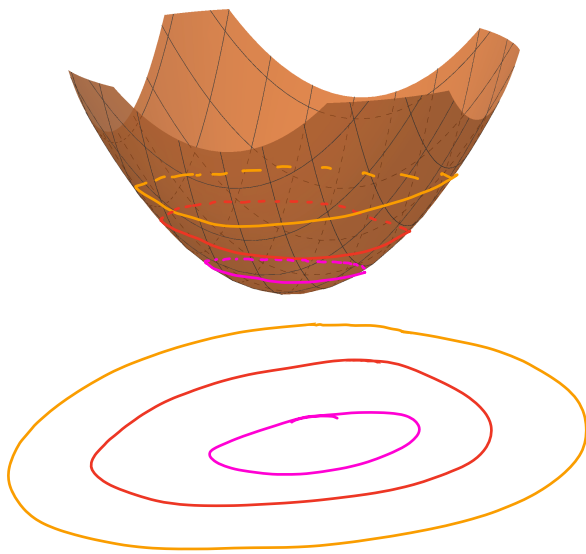




Courbes de niveaux en ellipses : extrema locaux Courbes de niveaux en hyperboles : point selle/col
 Correspond au critère $AC - B^2 > 0$ Correspond au critère $AC - B^2 < 0$

D'où vient ce critère — lien avec les ellipses/hyperboles :

Formule de Taylor (ordre 2) où (x, y) est un point critique (i.e. $\partial_x f(x, y) = \partial_y f(x, y) = 0$)

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) \approx f(x, y) + A(\Delta x)^2 + 2B\Delta x\Delta y + C(\Delta y)^2$$

$$\text{où } A = \partial_x^2 f(x, y) \quad B = \partial_{xy}^2 f(x, y) \quad C = \partial_y^2 f(x, y)$$

Courbe de niveau près d'un point critique (x, y) avec $AC - B^2 \neq 0, A \neq 0$

$$f(x + \Delta x, y + \Delta y) = h$$

On peut utiliser le critère

↓ Taylor ordre 2

$$f(x, y) - h \approx A(\Delta x)^2 + 2B\Delta x\Delta y + C(\Delta y)^2$$

|

↓
Réécriture (je triche un peu, ce n'est pas vraiment Δx et Δy dans cette nouvelle équation, j'ai dû faire un changement de variable)

$$A^2 (\Delta x)^2 + (AC - B^2) (\Delta y)^2 = c$$

$$AC - B^2 > 0$$

Réécriture

Équation d'une ellipse : $a (\Delta x)^2 + b (\Delta y)^2 \approx 1$,
où $a, b > 0$

L'équation de la courbe de niveau est
(à peu près) l'équation d'une ellipse

$$AC - B^2 < 0$$

Réécriture

Equation d'une hyperbole : $a (\Delta x)^2 - b (\Delta y)^2 \approx 1$,
où $a, b > 0$.

L'équation de la courbe de niveau est
(à peu près) l'équation d'une hyperbole